

Grzegorz Bancerek

Logika i teoria mnogości zestaw zadań – seria 5

Pokazać następujące zależności dla $R \subseteq X \times X$:

1. R -symetryczna(X) $\Leftrightarrow R^{-1} \subseteq R$
2. R -przechodnia $\Leftrightarrow R \circ R \subseteq R$
3. R -słabo-antysymetryczna(X) $\Leftrightarrow R \circ R^{-1} \subseteq I_X$
4. R -spójna(X) $\Leftrightarrow X \times X \subseteq R \cup R^{-1}$

Przykład:

$$R\text{-zwrotna}(X) \Rightarrow I_X \subseteq R$$

Dowód:

1. R -zwrotna(X) {założenie}
2. $\forall_{x \in X} xRx$ {1., Def.zwrotności}
- Należy pokazać, że $I_X \subseteq R$
 czyli $\forall_{x,y}(xI_Xy \Rightarrow xRy)$
3. x, y dowolne {ustalenie zmiennych}
4. xI_Xy {założenie}
5. $x \in X \wedge x = y$ {4., Def. I }
6. xRx {5., 2.}
7. xRy {6., 6.}

QED

QED - Quod erat demonstrandum (co było do udowodnienia)